

## Esercizi aggiuntivi di matematica

## Sommarario

Esercizio 1 - Domanda e offerta dell'intervento pubblico in presenza di esternalità.....	1
Esercizio 2 - Esternalità nella produzione.....	2
Esercizio 3 - Coordinamento nelle politiche ambientali.....	3
Esercizio 4 - Dilemma del prigioniero e politiche di contrasto.....	3
Esercizio 5 - Difficoltà di raggiungere un accordo in presenza di valutazioni diverse.....	4
Esercizio 6 - Contributo per le politiche ambientali.....	4
Esercizio 7 - Tasso di sconto sociale.....	5

**Esercizio 1 - Domanda e offerta dell'intervento pubblico in presenza di esternalità**

Consideriamo un mercato in cui vi è una sola impresa e un solo individuo che è interessato ad acquistare il bene prodotto dall'impresa. Indichiamo con  $QD$  la quantità domandata del bene da parte dell'individuo e con  $QO$  la quantità offerta da parte dell'impresa e con  $p$  il prezzo del bene. Definiamo le quantità domandate e offerte in funzione del prezzo.

$QD = 32 - 1/2p$ . Il termine costante della funzione di domanda indica la quantità desiderata del bene se il prezzo è nullo. In questo caso, se  $p=0$ , l'individuo domanderebbe al massimo 32 unità del bene.

$QO = -4 + p$ . Il termine costante della funzione di offerta rappresenta il costo fisso di produzione: l'impresa copre i propri costi di produzione a partire da un prezzo pari a 4 e quindi offre una quantità positiva del bene solo se il prezzo è maggiore di 4.

**Svolgi i seguenti esercizi e rispondi alle domande.**

- 1.1. Trova il prezzo che uguaglia la domanda e l'offerta (prezzo di equilibrio) e la quantità scambiata del bene al prezzo di equilibrio.
- 1.2. Disegna le due funzioni indicando la quantità sull'asse delle ascisse e il prezzo sull'asse delle ordinate.
- 1.3. Supponi che la produzione del bene produca esternalità negative (un danno per tutta la società che l'individuo non apprezza direttamente) e che il governo decida di imporre una tassa fissa tale per cui i produttori sarebbero disposti ad offrire una quantità positiva di prodotto solo per un prezzo superiore a 7. Come cambierebbe la funzione di offerta? Calcola il prezzo di equilibrio che uguaglia domanda e offerta e la quantità scambiata sul mercato a quel prezzo e commenta il risultato.
- 1.4. Disegna la nuova curva di offerta nel grafico.

- 1.5. Supponi che il consumo del bene produca esternalità negative e che il governo introduca un tetto massimo al consumo pro-capite pari a 26 unità del bene. Scrivi la nuova funzione di domanda imponendo il tetto, lasciando inalterata la pendenza della retta, e calcola il prezzo di equilibrio e la quantità scambiata sul mercato [suggerimento: il tetto può essere rappresentato nella funzione di domanda ponendo pari a 26 il consumo massimo in corrispondenza di un prezzo pari a zero].
- 1.6. Disegna la nuova funzione di domanda nel grafico iniziale.
- 1.7. Supponi che la produzione del bene produca esternalità positive (un beneficio per tutta la società che l'individuo non apprezza direttamente), il governo decide pertanto di introdurre un incentivo alla produzione che riduce il prezzo minimo a cui i produttori sono disposti ad offrire una quantità positiva del bene. Nella nuova situazione, i produttori sarebbero disposti ad offrire una quantità positiva di prodotto a partire da un prezzo superiore a 1. Come cambia la funzione di offerta? Calcola il prezzo di equilibrio, la quantità scambiata del bene e commenta il risultato.

### Esercizio 2 - Esternalità nella produzione

In un distretto industriale ci sono 4 aziende ognuna delle quali inquina una falda acquifera. Ciascuna azienda è disponibile a pagare 1.000 euro per ogni unità aggiuntiva (infinitesima) di un impianto di depurazione della falda indipendentemente dalle unità installate. Il costo totale associato all'impianto dei moduli è

$$C(G)=200 \cdot G^2$$

dove  $G$  indica il numero di moduli installati da tutte le aziende (supponiamo che sia possibile installare anche una frazione di un modulo). Il costo dipende dunque da quanti moduli vengono installati nel complesso.

Svolgi i seguenti esercizi e rispondi alle domande.

- 2.1. Quale è il costo se viene installato un solo impianto?
- 2.2. Quale è l'incremento di costo passando da 5 a 6 moduli?
- 2.3. Quale è il costo marginale (di installare una unità infinitesima dell'impianto di depurazione) se sono già installati  $G$  moduli?
- 2.4. Quale è il quantitativo ottimo di moduli di depurazione da installare?  
(Suggerimento: eguagliare il costo marginale alla disponibilità a pagare una unità in più nell'impianto di depurazione)

### Esercizio 3 - Coordinamento nelle politiche ambientali

Supponiamo che quattro agricoltori debbano decidere se contribuire o meno alla depurazione di un lago da cui ottengono l'acqua per l'irrigazione.

Per ciascun agricoltore, il costo di contribuire al progetto è pari a 1000 euro. Quando un agricoltore contribuisce, per effetto della possibilità di utilizzare l'acqua per l'irrigazione, ciascuno dei quattro beneficia di un aumento del raccolto pari a 800 euro. L'azione di un agricoltore porta quindi un beneficio per tutti gli altri (esternalità positiva). La depurazione del bacino è un bene pubblico, perché quando un individuo sostiene il costo per la sua fornitura tutti ne traggono vantaggio.

Consideriamo ora la decisione che deve prendere uno dei quattro agricoltori. Il beneficio dipende dalla sua scelta ma anche dal numero di agricoltori, oltre a lui, che decidono di contribuire alla depurazione del bacino.

Il ricavo del singolo agricoltore, a seconda della sua decisione e del numero  $n$  di altri agricoltori che decidono di contribuire alla depurazione oltre a lui, è il seguente:

$n$	Contribuisce	Non contribuisce
0	-200	0
1	600	800
2	1400	1600
3	2200	2400

Rispondi alla seguente domanda: quale è la strategia migliore per un agricoltore?

### Esercizio 4 - Dilemma del prigioniero e politiche di contrasto

Per saperne di più su cosa si intende per "*dilemma del prigioniero*" consulta il seguente link: [https://www.treccani.it/enciclopedia/dilemma-del-prigioniero\\_\(Dizionario-di-Economia-e-Finanza\)/](https://www.treccani.it/enciclopedia/dilemma-del-prigioniero_(Dizionario-di-Economia-e-Finanza)/)

Consideriamo due aziende (a e b) che possono decidere di adottare due diverse tecnologie per produrre lo stesso prodotto: una Green e una Brown. La prima non inquina, la seconda inquina. La prima rende la produzione del bene più costosa. La decisione di utilizzare una tecnologia dipende da ciò che fa l'altra azienda. Se ambedue scelgono la stessa tecnologia, ottengono lo stesso utile che è però più elevato nel caso tecnologia Green (10) rispetto al caso Brown (5) in quanto ambedue le aziende, tutelando l'ambiente, godono di una sovvenzione da parte dello Stato. Se una azienda sceglie la tecnologia Brown e l'altra quella Green la prima ottiene un vantaggio competitivo in quanto la produzione è meno costosa e quindi può ottenere un maggiore guadagno: 12 contro 2. Ecco qui rappresentato l'utile delle due aziende associato alle diverse scelte.

(a, b)	Green	Brown
Green	(10, 10)	(2, 12)
Brown	(12, 2)	(5, 5)

Rispondi alle seguenti domande.

- 4.1. Quale è la migliore decisione di un'azienda in risposta alla decisione dell'altra?
- 4.2. Quale è l'esito del gioco se ambedue le aziende adottano la migliore decisione in risposta a quella dell'altra azienda?

#### Esercizio 5 - Difficoltà di raggiungere un accordo in presenza di valutazioni diverse

Dieci persone vivono in un condominio e valutano di migliorare l'isolamento termico dello stabile. Il costo di fare ciò è 4500 euro. I condomini hanno valutazioni diverse circa la necessità di dare corso al progetto. Quattro valutano il miglioramento 1000 euro, tre lo valutano 300 e tre solo 200 euro.

Rispondi alle seguenti domande:

- 5.1. Dare corso al progetto porta a un miglioramento per il condominio nel suo complesso?
- 5.2. Individua un sistema di contribuzione in modo tale che il progetto sia attuato (copra i costi) e tutti traggono un beneficio (esborso inferiore alla loro valutazione).
- 5.3. Supponiamo che le regole del condominio prevedano che il progetto sia messo ai voti (voto a maggioranza) e che i costi siano divisi equamente. Il progetto è destinato a passare?

#### Esercizio 6 - Contributo per le politiche ambientali

Consideriamo due individui.  $D1(Q)$  è la curva di domanda di un "cielo pulito" da parte del primo individuo, e  $D2(Q)$  è la curva di domanda del secondo individuo.  $Q$  rappresenta il livello di tonnellate di GHG eliminate (l'indicatore di cielo pulito). Il valore delle due funzioni indica il beneficio (marginale) in euro di un'unità aggiuntiva di GHG eliminata, quanto ciascuno dei due individui è disposto a pagare per una unità di GHG in più eliminata dato un livello pari a  $Q$ . Si può notare che il beneficio per ambedue è decrescente in  $Q$ .

Consideriamo  $D1(Q)=150-Q$  e  $D2(Q)=250-Q$ . Il primo individuo ha dunque un beneficio marginale derivante dall'eliminazione di una unità in più di GHG pari a 80 se il quantitativo

eliminato è 70, il secondo ha invece un beneficio marginale pari a 180. Se il quantitativo eliminato è pari a 70, il primo sarà disposto a pagare 80 e il secondo 180.

Svolgi i seguenti esercizi e rispondi alle domande.

- 6.1. Determina il livello ottimo di eliminazione di GHG se il costo per eliminare una unità in più di GHG è costante ed è pari a 200.
- 6.2. Cosa succede se il costo per eliminare una unità aggiuntiva di GHG è superiore a 400?
- 6.3. Ipotizziamo che il costo per eliminare una unità aggiuntiva di GHG dipenda dal quantitativo eliminato come segue:  $C(Q)=100+Q$ . Quale è il quantitativo ottimo di GHG eliminata?

## Esercizio 7 - Tasso di sconto sociale

Il **tasso di sconto** rende esplicito quanto vale oggi una unità di moneta disponibile in un tempo futuro, ovvero il suo “valore attuale”. Un tasso di sconto basso significa che diamo un valore elevato oggi a ciò che accadrà in futuro (un euro in futuro vale molto oggi). Per valutare le politiche pubbliche, come quelle di contrasto dei cambiamenti climatici, che producono costi e benefici sociali in istanti di tempo diversi, si utilizza il cosiddetto **tasso di sconto sociale** che consente di confrontare ad esempio il costo degli interventi, sostenuti oggi, per ridurre le emissioni, e i benefici economici o i mancati costi, che si manifesteranno in futuro.

Il “valore attuale” di una politica pubblica è dato dalla somma dei costi  $C_i$  e dei benefici  $B_i$  relativi all’anno  $i$ , ciascuno moltiplicato per il fattore correttivo  $\frac{1}{(1+r)^i}$ , dove  $r$  è il tasso annuo di sconto sociale, per tutta la durata della politica di  $n$  anni (a partire dall’anno zero):

$$VA = \sum_{i=0}^n \frac{B_i}{(1+r)^i} - \sum_{i=0}^n \frac{C_i}{(1+r)^i} .$$

Per una definizione più precisa del tasso di sconto e del valore attuale si veda

[https://economiepertutti.bancaditalia.it/progetti-educativi/sostenibilita-ambientale/Educazione\\_finanziaria\\_alla\\_sostenibilita\\_ambientale\\_percorso.pdf](https://economiepertutti.bancaditalia.it/progetti-educativi/sostenibilita-ambientale/Educazione_finanziaria_alla_sostenibilita_ambientale_percorso.pdf),, pp. 4-5.

Considera due politiche pubbliche.

La prima, a fronte di un investimento (costo) pari a 30 oggi, garantisce una riduzione di emissioni di CO2 in futuro che hanno il seguente corrispettivo economico (minore spesa per fronteggiare disastri climatici ad esempio): 20 in  $T=10$ , 40 in  $T=20$ , 50 in  $T=30$ , 70 in  $T=40$ .

Anno	0	10	20	30	40
Costi (mln €)	30	0	0	0	0

Benefici (mln €)	0	20	40	50	70
------------------	---	----	----	----	----

La seconda, a fronte di un investimento (costo) pari a 25 oggi, garantisce una riduzione di emissioni di CO2 in futuro che hanno il seguente corrispettivo economico: 10 in T=10, 20 in T=20, 30 in T=30, 120 in T=40.

Anno	0	10	20	30	40
Costi (mln €)	25	0	0	0	0
Benefici (mln €)	0	10	20	30	120

Svolgi i seguenti esercizi e rispondi alle domande.

- 7.1. Applicando la formula del valore attuale, valuta quale delle due politiche è più conveniente ad un tasso di sconto pari al 2% ( $r=0,02$ ).
- 7.2. Applicando la formula del valore attuale valuta quale delle due politiche è più conveniente ad un tasso di sconto pari al 1% ( $r=0,01$ ).
- 7.3. Fornisci una spiegazione del cambiamento di ordinamento a seconda del tasso di sconto.